

南京航空航天大学

2014 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

科目名称: 量子力学

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题 (本题 45 分, 每小题 15 分)

- ①写出氢原子、一维简谐振子、一维无限深势阱的能级, 并用示意图表示。
- ②证明: 定态波函数 $\psi(x)$ 总可以取作实数的。
- ③能量本征态有可能是角动量 \hat{L}^2 的本征态吗? 有可能是 \hat{L}_z 的本征态吗? 请回答为什么并举例说明。

二、在一维无限深势阱中, 一个粒子的初始波函数由前两个定态迭加而成: $\Psi(x,0)=A[\psi_1(x)+\psi_2(x)]$ 。为了简化计算可令 $\omega = \pi^2 \hbar / 2ma^2$ 。

- ①归一化 $\Psi(x,0)$, 并求 $\Psi(x,t)$ 和 $|\Psi(x,t)|^2$, 把后者用时间的正弦函数展开。
- ②计算 $\langle x \rangle$ 、 $\langle p \rangle$ 的值。它们是随时间振荡的, 角频率是多少? 振幅是多少?
- ③测量粒子的能量, 可能得到什么值? 得到各个值的几率是多少? 求出 \hat{H} 的期望值。并与 E_1 和 E_2 比较。(本题 20 分)

三、质量为 m 的粒子在一维线性谐振子势: $V(x)=m\omega^2x^2/2$ 中运动。在占有数表象中哈密顿量可写为 $\hat{H} = (\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2})\hbar\omega$ 。这里 $\hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(\hat{x} - \frac{i}{m\omega}\hat{p})$, $\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(\hat{x} + \frac{i}{m\omega}\hat{p})$ 分别为升、降算符。已知谐振子基态波函数为: $\psi_0(x) = \sqrt{\frac{m\omega}{\pi\hbar}} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$

- ①利用升算符性质: $\hat{a}^\dagger \psi_n(x) = \sqrt{n+1} \psi_{n+1}(x)$, 求谐振子第一激发态的波函数;
- ②假设粒子处在基态 $\psi_0(x)$, 突然改变谐振子的“振动频率”为 $\omega'=2\omega$, 粒子新的基态能是多少? 新的基态波函数是什么?
- ③假设这时粒子波函数仍然保持 $\psi_0(x)$ 不变, 此时测量粒子能量, 发现粒子能量取新的基态能的几率是多少? (本题 25 分)

四、在 $t=0$ 时，氢原子的波函数 $\Psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}}[2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1}]$ 式中波函数的下标分别为量子数 n, l, m 的值，忽略自旋和辐射跃迁。

- ① 写出在 t 时刻的波函数；
- ② 在 $t=0$ 时振子能量的平均值是多少？ $t=1$ 秒时呢？(本题 20 分)

五、电子静止在一振荡磁场 $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t)\vec{k}$ 中，其哈密顿量写作 $\hat{H} = -\gamma\vec{B} \cdot \hat{\vec{S}}$ ，其中 $\hat{\vec{S}}$ 为自旋角动量， γ (旋磁比)、 B_0 (磁场振幅) 和 ω (振荡圆频率) 为三个常数。

- ① 构造这个体系的哈密顿矩阵。
- ② 电子的初始态 $t=0$ 时为处于 x 轴方向上的上自旋态，即： $\chi(t)=\chi_0^{(+)}$ 。确定以后任意时刻的 $\chi(t)$
- ③ 如果测量 S_x ，求出得到 $-\hbar/2$ 的几率。
- ④ 迫使 S_x 完全翻转所需要的最小磁场 B_0 是多大？(本题 20 分)

六、粒子在二维无限深方势阱中运动， $V = \begin{cases} 0, & 0 < x, y < a \\ \infty, & \text{其他} \end{cases}$ 。加上微扰 $H' = \lambda xy$ 。求基态、第一激发态能级的一级微扰修正。(本题 20 分)