

宁波大学 2017 年硕士研究生招生考试初试试题 (B 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 721

科目名称:

高等数学

适用专业:

人文地理学

一、判断题 (试判断下列各命题的正误。每小题 5 分, 共 30 分)

1. 数列 $\{\xi_n\}$ 收敛, 数列 $\{\psi_n\}$ 满足条件 $\{\psi_n\} < \{\xi_n\}, (n=1,2,\dots)$, 则数列 $\{\psi_n\}$ 也收敛。 ()

2. 若 $f(x)$ 为偶函数且在 $x=0$ 点处可导, 则必定 $\frac{df}{dx}|_{x=0} = 0$ ()

3. 若 $f'(x) = \lambda f(x)$ (λ 为常数), $x \in (-\infty, +\infty)$, 则 $f(x)$ 为指数函数。 ()

4. 设 $z = \frac{y}{f(x^2 - y^2)}$, 其中 f 是可微分函数, 则: $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$ ()

5. 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[2,4]$ 上连续且可导, 且 $f(2) = f(4) = 0$, 则必有:

$$\max_{2 \leq x \leq 4} f'(x) \leq \left| \int_2^4 f(x) dx \right| \quad ()$$

6. 若 $f(x, y)$ 在有界闭区间 D_1 上可积, 且 $D_1 \supset D_2$, 则必有:

$$\iint_{D_1} f(x, y) dx dy \geq \iint_{D_2} f(x, y) dx dy \quad ()$$

二、选择题 (以下各题有且仅有一个正确答案, 请选择正确答案。每小题 10 分, 共 50 分)

1. $f(x)$ 满足关系 $f(x+\pi) = f(x) + \sin x$, 则在 $(-\infty, +\infty)$ 内, $f(x)$ 是_____。

- A. 以 π 为周期的函数
- B. 以 2π 为周期的函数
- C. 以 3π 为周期的函数
- D. 不是周期函数

2. 若 $f(x)$ 对任何实数 x_1, x_2 均满足关系式 $f(x_1 + x_2) = f(x_1)g(x_2) + f(x_2)g(x_1)$,

且 $f(0) = 0, f'(0) = 0, g(x) = \cos x + x^2 e^{-2x}$, 则 $f'(x) =$ _____

- A. $e^{-2x} \sin 2x$
- B. $x^2 e^{-2x}$
- C. $\cos x$
- D. $x^2 e^{-2x} + \cos x$

宁波大学 2017 年硕士研究生招生考试初试试题 (B 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 721

科目名称:

高等数学

适用专业:

人文地理学

3. $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx =$ _____。

A. $x - \frac{2}{1 + \tan \frac{x}{2}} + c$

B. $x + \frac{2}{1 + \tan \frac{x}{2}} + c$

C. $x - \frac{2}{1 + x} + c$

D. $\ln |1 + \sin x| + c$

4. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, $I_1 = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$, $I_2 = (b - a) \int_a^b f^2(x) dx$, 则 I_1 与 I_2 的正确关系是 _____。

A. $I_1 = I_2$

B. $I_1 \leq I_2$, 且仅当 $f(x)$ 为常数时等号成立

C. $I_1 < I_2$

D. $I_1 \geq I_2$, 且仅当 $f(x)$ 为常数时等号成立

5. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 条件收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ _____。

A. 条件收敛

B. 绝对收敛

C. 不可能发散

D. 可能不收敛

三、填空题 (每小题 10 分, 共 40 分)

1. 函数 $y = e^{-x} \cos x$ 满足方程 $y''' + 2y' + ay = 0$, 则 $a =$ _____。

宁波大学 2017 年硕士研究生招生考试初试试题 (B 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 721

科目名称:

高等数学

适用专业:

人文地理学

2. $\int x^x(1 + \ln x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 设 $\int_{\frac{1}{2}}^2 (1 + x - \frac{1}{x}) e^{x-\frac{1}{x}} dx = k_1 e^{k_2}$, 则 $k_1 + k_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

提示: 先计算 $\int_{\frac{1}{2}}^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx$

4. 级数 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{n^k}$ 当 k 满足 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时收敛。

四、证明题 (15 分)

已知函数 $f(x)$ 当 $x > 0$, $t > 0$ 时满足方程

$$\int_1^{xt} f(u) du = t \int_1^x f(u) du + x \int_1^t f(u) du, \text{ 且 } f(x) \text{ 在区间 } [0, \infty) \text{ 上有一阶连续导数, } f(1) = 1$$

求证: $f(x) = \ln x + 1$

五、计算题 (15 分)

求微分方程 $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = e^x + \cos x$ 的通解。