电子科技大学

2015年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目857 概率论与数理统计

注：所有答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

一、　　填空题（每题3分，共15分）

1、在11张卡片上分别写上*probability*这11个字母(每张卡片上写一个字母)，从中任意连抽7张，其排列结果为*ability*的概率为__________.

2、设随机变量 X 在区间[-1,2]上服从均匀分布，随机变量$Y=\begin{cases}1, & 若X>0\\ 0, & 若X=0\\ -1, & 若X<0\end{cases}$,则 Y 的方差为

___________.

3、一实习生用一台机器连接独立地制造 3 个同种零件，第i个零件是不合格品的概率 $p_i=\dfrac{1}{i+1}(i=12,3)$, 以X表示3个零件中合格品的个数，则p{X=2}=__________.

4、设x_1,x_2,x_3,x_4是来自正态总结$N(0,2^2)$的简单随机样本，$X=a(x_1-2x_2)^2+b(3x_3-4x_4)^2$，

则当a=_______，b=_______时，统计量X服从χ^2分布，其自由度为________.

5、设工厂A和工厂B的产品的次品率分别为1%和2%，现从由A和B的产品分别占60%和40%的一批产品中随机抽取一件，发现是次品，则该次品属A生产的概率是______.

二、　　单项选择题（每题3分，共15分）

1、设随机变量X的分布函数为F（x）=0.3$\Phi(x)$+0.7$\Phi(\frac{x-1}{2})$，其中$\Phi(x)$为标准正太分布的分布函数，则E（X）=(　　)

(A)　0　　　(B)　0.3　　　(C)　0.7　　　(D)　1

2、设随机变量$X_1,X_2\cdots X_n\cdots$是独立同分布，其分布函数为

$$F(x)=a+\frac{1}{\pi}\arctan\frac{x}{b},b\neq 0,$$

则辛钦大数定律对此序列(　　)

(A)适用.　　　　　　（B）当常数 a,b 取适当的数值时适用.

(C)不适用.　　　　　（D）无法判别.

3、设随机变量 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(1,4)$，且相关系数 $\rho_{XY}=1$ 则(　　)

(A)　$P\{Y=-2X-1\}=1$　　　　(B)　$P\{Y=2X-1\}=1$

(C)　$P\{Y=-2X+1\}=1$　　　　(D)　$P\{Y=2X+1\}=1$

4、若 $A\supset B$，$A\supset C$，P（A）=0.9；$P(\overline{B}\cup\overline{C})=0.8$，则 $P(A-BC)=($　　$)$

(A) 0.4　　　(B)　0.6　　　(C)　0.8　　　(D)　0.7

5、设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布，且它们不相关，则(　　).

(A)　X 和 Y 一定独立　　　　(B)　(X,Y)服从二维正态分布

(C)　X 与 Y 未必独立　　　　(D)　$X+Y$ 服从一维正态分布

三、简答题（每题 10 分，共 30 分）

1、 设 10 件产品中有 4 件次品，从中任取两件，试求在所取得的产品中发现有一件是次品，另一件也是次品的概率.

2、将 n 个球放入有标号 1,2,…,N 的 N 个盒子中，求有球盒子的最大号码恰为 k 的概率 $(1\le k\le N)$.

3、设随机变量 X 服从拉普拉斯(*Laplace*)分布，其密度函数

$$f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|},(-\infty<x<+\infty)$$

求 X 与 $|X|$ 的协方差，判断 X 与 $|X|$ 是否相关？判断 X 与 $|X|$ 是否独立，并说明你的理由.

四、计算与证明题（每题 15 分，共 90 分）

1、 设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从标准正态分布, Y 的概率密度为,

$$f_Y(y)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\exp\{-\dfrac{1}{2}y^2\}, y>0\\ 0, y\le 0\end{cases},$$

（1） 求的 X 与 Y 的联合概率密度；

（2） 求 t 的二次方程 $t^2-\sqrt{Y}t+\frac{1}{4}X=0$ 有实根概率。

2、 在正态总体 $X\sim N(\mu,1)$ 中抽取容量为 100 的样本，经计算样本均值为 5.32，

（1） 试检验 $H_0:\mu=5$ 是否成立（取 $\alpha=0.01$）， $(其中,u_{0.01}=2.33,u_{0.005}=2.58)$

（2） 计算上述检验在 $H_1:\mu=4.8$ 下犯第二类错误的概率。

3、设三维随机变量（*X,Y,Z*）的概率密度函数为

$$f(x,y,z)=\begin{cases}\dfrac{1}{8\pi^3}(1-\sin x\sin y\sin z), & 0\le x,y,z\le 2\pi\\ 0, & 其他\end{cases}$$

证明 *X,Y,Z* 两两独立，但不相互独立.

4、已知 X_1 与 X_2 相互独立，且服从相同的分布 $N(\mu,\sigma^2)$，试证明

$$E[\max(X_1,X_2)]=\mu+\frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}.$$

5、二维随机变量（*X,Y*）在矩形

$G=\{(x,y)|0\le x\le 2,0\le y\le 1\}$ 上服从均匀分布，记 $U=\begin{cases}0, & X\le Y\\ 1, & X>Y\end{cases}$；$V=\begin{cases}0, & X\le 2Y\\ 1, & X>2Y\end{cases}$

求：（1）U和V 的联合分布；（2）U和V 的相关系数 ρ .

6、为总体 X 的简单随机样本， $E(X)=\mu,D(X)=\delta^2$，试证明统计量

$$T=\frac{2}{n(n+1)}\sum_{1}^{n} iX_i$$

是 μ的无偏估计量，并且是一致估计量.