电子科技大学

2014 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目：857 概率论与数理统计

注：所有答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

一、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1、甲乙两人各自独立的向同一目标重复射击两次，甲每次命中目标的概率为 $p\left(0<p<1\right)$，乙每次命中目标的概率为 0.6，则当 p =____________时，甲乙两人命中目标次数相等的概率达到最大，其最大值为______________.

2、袋中有白球五只黑球六只，陆续取出三球，则顺序为“黑白黑”的概率为__________.

3、设备由三个部件构成，各部件需要调整的概率分别为 0.1，0.2，03，各部件工作独立，设 X 表示同时需要调整的各部件数，则 $E\left(X\right)$ =____________.

4、设 $X_1, X_2, \mathbf{L}, X_{15}$ 是来自总体 $X \quad N\left(0, s^2\right)$ 的简单随机样本，则

$$Y=\frac{X_1^2+X_2^2+\mathbf{L}+X_{10}^2}{2\left(X_{11}^2+X_{12}^2+\mathbf{L}+X_{15}^2\right)}$$ 服从____________.

5、若总体 X 存在 $2k$ 阶原点矩 a_{2k}，则 k 阶样本原点矩 A_k 的方差 $D\left(A_k\right)$ =___________.

二、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1、设随机变量 X 与 Y 都服从正态分布 $N\left(m, s^2\right)$，如果 $P[\max\left(X,Y\right)>m]=a$，则 $P[\min\left(X,Y\right)\le m]$ 等于（ ）

(A) $\dfrac{a}{2}$　　(B) $1-\dfrac{a}{2}$　　(C) a　　(D) $1-a$

2、设 $X_1, X_2, \mathbf{L}, X_n$ 是来自总体 $X \quad N\left(m, s^2\right)$ 的简单随机样本，其均值为 $\bar{X}$，如果 $P\left\{\left|X-m\right|<a\right\}=P\left\{\left|\bar{X}-m\right|<b\right\}$。则比值 $\dfrac{a}{b}$（　　）

(A) 与 s 及 n 都有关　　　　(B) 与 s 及 n 都无关

(C) 与 s 无关，与 n 有关　　　　(D) 与 s 有关，与 n 无关

3、设随机事件 A 与 B 满足 $P\left(\mathrm{B} \mid \mathrm{A}\right)=1$，则（　　）

(A) $P\left(\mathrm{B} \mid \bar{\mathrm{A}}\right)=0$　　　　(B) $A \subset B$

(C) A 与 B 关系不定　　　　(D) A 是必然事件

4、设总体 $X \quad N\left(m, s^2\right)$，$m, s^2$ 已知，$\bar{X}$ 为容量为 n 的样本均值。则服从正态分布的统计量是（　　）

(A) $\dfrac{\sqrt{n}\left(\bar{X}-m\right)}{S}$　　　　(B) $\dfrac{\sqrt{n}\left(\bar{X}-m\right)}{s}$

(C) $\dfrac{\sqrt{n-1}\left(\bar{X}-m\right)}{S}$　　　　(D) $\dfrac{\sqrt{n-1}\left(\bar{X}-m\right)}{s}$

5、总体 $X \quad P\left(2\right)$，$X_1, X_2, \mathbf{L}, X_n$ 是来自 X 的简单随机样本，令 $Y=X_1^2+X_2^2+\mathbf{L}+X_n^2$，则下列结论正确的是（　　）

(A) $E\left(Y\right)=6n$　　　　(B) $E\left(Y\right)=4n$

(C) $D\left(Y\right)=6n$　　　　(D) $D\left(Y\right)=4n$

三、简答题（每题 10 分，共 30 分）

1、甲乙两选手比赛，假定每局比赛甲胜的概率为 0.6，乙胜的概率为 0.4，那么采用了三局两胜制还是五局三胜制对甲更有利？

2、设总体 X 的期望为 m，方差为 s^2，$\bar{X}$ 为其样本均值，则对 $i \neq j$，相关系数 $r\left(X_i-\bar{X}，X_j-\bar{X}\right)$ 等于多少？

3、设随机变量序列 $\left\{X_n\right\}$ 相互独立同分布，且 $P\left(X_k=2^{n-2\ln n}\right)=2^{-n}\left(n=1,2,\mathbf{L}\right)$，问 $\left\{X_n\right\}$ 是否服从大数定律？为什么？

四、计算与证明题（每题 15 分，共 90 分）

1、将 n 只球独立放入 M 只盒子中，设每只球落入各个盒子等可能，求有球盒子数的数学期望.

2、若 $(X,Y)\quad N(m_1,s_1^{\ 2},m_2,s_2^{\ 2},r)$，试找出 $X+Y$ 与 $X-Y$ 相互独立的充要条件.

3、在长为 a 的线段中点的两边随机取两点，求两点间的距离小于 $\dfrac{a}{3}$ 的概率.

4、对随机变量 X_1,X_2,X_3，记 $E(X_k)=0,D(X_k)=s^{\ 2}$， r_{12},r_{23},r_{13} 分别为 X_1 与 X_2， X_2 与 X_3， X_1 与 X_3 的相关系数，且 $Y_1=X_1+X_2$， $Y_2=X_2+X_3$， $Y_3=X_1+X_3$.证明：

Y_1， Y_2， Y_3 两两不相关的充要条件是 $r_{12}+r_{23}+r_{13}=-1$.

5、设总体 $X\quad N(m,s^{\ 2})$， $X_1,X_2,\mathbf{L},X_n$ 来自 X，求使 $P(X>A)=0.05$ 的点 A 的最大似然估计。（已知 $\Phi(1.645)=0.95$）

6、某地区对 50 至 60 岁男性公民进行调查，结果发现肺癌病人和无肺癌者吸烟比例差不多，分别为 99.7%和 95.8%，于是有人说吸烟对是否患肺癌没有太大的影响，若假定肺癌发病率为 0.01%，你怎么评价这种说法？