

南京航空航天大学

2017 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

满分: 150 分

科目名称: 量子力学

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

共 6 道大题, 无选择题、填空题, 满分 150。

一、简答题(20 分, 每题 10 分)

- ①一维定态解包括几个量子数? 量子数数目取决于什么?
- ②论述电子具有自旋的理论论据与实验论据

二、 $\hat{A} = (\hat{A}_x, \hat{A}_y, \hat{A}_z)$ 、 $\hat{B} = (\hat{B}_x, \hat{B}_y, \hat{B}_z)$ 是与泡利算符 $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ 对易的任意矢量算符, 证明 $(\hat{A} \cdot \hat{\sigma})(\hat{B} \cdot \hat{\sigma}) = \hat{A} \cdot \hat{B} + i\hat{\sigma}(\hat{A} \times \hat{B})$ 。(20 分)

三、质量为 m 的粒子在一维无限深方势阱 $V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & \text{others} \end{cases}$ 中运动,

- ① 求解能量本征值 E_n 和归一化的本征函数 $\psi_n(x)$;
- ② 若已知 $t=0$ 时, 该粒子状态为 $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{2}{a}} \left(\sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{\frac{12}{5}} \cos \frac{\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$, 求 $t>0$ 时刻该粒子的波函数;
- ③ 求 $t>0$ 时刻测量到粒子的基态和第一激发态能量的几率是多少?
- ④ 求 $t>0$ 时刻粒子的平均能量 \bar{E} 和平均位置 \bar{x} 。(30 分)

四、一个处于谐振子势的粒子的初始态为： $\Psi(x,0) = A[3\psi_0(x) + 4\psi_1(x)]$ (30 分)

- ① 归一化 $\Psi(x,0)$ ，并求 $\Psi(x,t)$ 和 $|\Psi(x,t)|^2$
- ② 在 $\Psi(x,t)$ 下计算 $\langle x \rangle$ 和 $\langle p \rangle$ 的值。用 $\psi_2(x)$ 代替 $\psi_1(x)$ ，结果会怎样？
- ③ 如果测量这个粒子的能量，有哪些可能值？出现的几率是多少？

五、求电子氢原子基态时 $\langle x \rangle$ 、和 $\langle x^2 \rangle$ 。(氢原子基态为 $\psi_{100}(r,\theta,\varphi) = e^{-r/a} / \sqrt{\pi a^3}$)

提示：利用基态对称性，以及 $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ (20 分)

六、设一微观体系哈密顿量为 $H = H_0 + H'$ 其中 H' 为微扰，在一个由正交归一函数作为基的表象中 $H_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ， $H' = \begin{pmatrix} 0 & c & 0 \\ c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$ ，其中 c 是常数。

- ① 求 H 的精确本征值；
- ② 求 H 的准确到微扰二级修正的本征值；
- ③ 比较 ① 和 ② 的结果，指出其间关系。(30 分)